

## Bródy András

# NEUMANN MODELLJE ÉS A CIKLUSOK

*Neumann az egyensúly elméleti létezésének bizonyítására alkotta meg modelljét. A modell feltevései magyarázatot adnak a ciklusok létrejöttére. Ezek a modell két sajátosságából erednek, amelyeket Neumann a piac működéséből szűrt le. Az első sajátosság az, hogy az egyensúly úgynevezett nyeregpontban jön létre. Ezt a termelés maximuma és a kamat (profit) minimuma jellemzi. A második sajátosság a keresztszabályozás, ahol a többletgyereség ösztönzi a növekedést, a túlkínálat pedig csökkenti az árakat.*

A gazdaságtan, ha egyáltalán elismerte a ciklusok szükségességét, akkor ezt még Keynes elméletében is egyetlen ciklus, „a” ciklus létrejöttével magyarázta. Az áttörést *Schumpeter (1939)* hozta, aki az üzleti ciklusokat vizsgálva arra a következtetésre jutott, hogy mindig legalább három (de valószínűleg több) ciklus működik. A gazdasági egyensúly hiányát tehát több mint egy, és valószínűleg igen sok, bonyolult összefonódó ingadozásnak tudta be. Szilárdan hitt abban, hogy az ingadozás és ciklus a gazdasági mozgás alapvető formája. Mégis azt tanácsolta az üzletembereknek, hogy keressék meg az egyensúlyt e mozgás mögött, mint az elméletileg helyes, szokásos és normális állapotot. Ugyanakkor azt is meggyőzően megmutatta, hogy a gazdaság általában nem található ebben az úgynevezett normális állapotban.

Érvelését sok óvás, kitérő és megjegyzés szakította meg, ezért igen nehéz szabatosan összefoglalni. Két tanítványa, A. Carter és R. Goodwin beszámolójából tudjuk, hogy nagy érdeklődést mutatott az új matematikai fejlemények iránt, amelyek az egyensúly fogalma és a kölcsönös gazdasági kapcsolatok leírása terén akkoriban kialakulóban voltak. Neumann művét ismerte ugyan, de valójában nem értette meg. Amikor a matematikában tájékozott Goodwin segítségét kérte, kedvezőtlen véleményt kapott tőle, ami *Schumpeter* kedvét szegte. Később Goodwin nyilvánosan is visszavonta túl hirtelen véleményét.

Neumann teljesítményét eleinte siket csönd fogadta. Alapvető modellje csak sokkal később keltette fel a figyelmet, amikor az operációkutatás, lineáris programozás és játékelmélet világossá tette a modell matematikai megoldásának gyakorlati használhatóságát. Növekedési modelljét már csak azért is elvetették eleinte, mert ellentétes volt az akkor elfogadott gazdasági paradigmával. Ezt a neoklasszikus dogmát P. A. Samuelson csiszolta ki, aki mindmáig tagadja a nyeregponti egyensúly újdonságát, és úgy vélte, hogy minden fontos gazdasági kérdés megoldható a feltételes optimumok Lagrange-tól származó elméletének segítségével.<sup>1</sup> Akkoriban még az a balga tétel volt érvényben, hogy az egyéni érdekek érvényesítése önműködően biztosítja az egyensúly létrejöttét, és ez egyben a források optimális kihasználását is biztosítja. Sajna a ténylegesen működő, ismert (piaci és tervezett) gazdaságok nem váltották valóra ezeket az utópikus elvárásokat.

Ma, mintegy hatvan évvel később már képesek vagyunk Neumann újításait és ezek hatását jobban felmérni. E tanulmányban két fontos sajátosságot említünk. A legfontosabb az volt, hogy Neumann szakított Leibniz hitével, amely szerint ez a világ a lehető világok legjobbjika, mert működik benne az optimum keresésének eszméje és érdeke. Leibniz véleményét már Voltaire kigúnyolta. *Candide* című művében e naiv nézetet a rettenhetetlenül fecsegő Pangloss doktor szájá-

<sup>1</sup> Mindkét ellenvetést szerzőik leírták a *Dore-Chakravarty-Goodwin* (szerk): *John von Neumann and modern economics* (Clarendon Press, 1989, Oxford) gyűjteményes kötetben. Itt Goodwin (a 126. oldalon) elismeri eredeti felfogásának hibáját, Samuelson azonban (a 112. oldalon) továbbra is követeli Neumann szellemétől azt a "jó szívart", amelyet az kilátásba helyezett, ha az ellenvetés helyesnek bizonyulna.

ba adta.

#### A nyeregponti egyensúly

Neumann a valóságot és elméletet egyaránt átható ellentéteket és zavart átlátva az egyensúlyt nem egyszerű optimumként vagy maximumként fejezte ki, hanem nyeregpontként. E nyeregponti egyensúly csak speciális, kétélű minimum-maximum elv segítségével határozható meg. Ami jó egy adott emberi lény számára, roppant káros lehet valaki másnak. Mégis, a határozottan ellentmondó érdekek ellenére (amelyek annyira jellemzik a mindennapi gazdasági életet) van találkozáspontjuk, amelyet joggal nevezhetünk egyensúlynak. Neumann ezt a pontot (mint ahogy kutatási beszámolójának alcíme is jelezte) Brouwer fixpont-elméletének általánosításával fejezte ki. Ez nem több (de nem is kevesebb), mint a mindennapi gazdasági termelés szakadatlan folyamatának sajátosan visszatérő, rögzített pontja. Amit bizonyítani akart és bizonyítani is tudott, hogy bizonyos elfogadható feltételek mellett a lehetséges gazdasági átalakítások mindig meghatároznak legalább egy ilyen pontot.

Az általa adott bizonyítás szükségtelemé és feleslegessé tette, hogy feltételezzon valamilyen (mindig vitatható és soha pontosan meg nem alkotható) közjóléti vagy hasznossági függvényt. Azt sem kellett bizonyítania, hogy az egyensúly általánosan vonzó pont, ami fókuszpontja a valóságos világban létrejövő valamiféle tökéletes folyamatnak. A gazdasági átalakítások egy rögzített pontját határozta csak meg, amely fontos pont, eszmei pont, méltán egyensúlyinak nevezhető pont, és mégsem követeli meg annak feltételezését (vagy éppenséggel bizonyítását), hogy létező gazdaság azt valaha is képes elérni és megvalósítani.

Azonban vigyázzunk! Amit bizonyított, csupán az, hogy legalább egy ilyen fixpont létezik. Lehet, hogy több is van. Ha például kettő van, akkor az egész egyenes, amely e két pontot összeköti, szintén rögzített, mivel a modell lineáris. Ha ennél is több van, akkor az egész tér, amelyet e pontok konvex burka határol, szintén rögzített. Azt sem bizonyította, hogy a fixpont valamilyen egyéb értelemben optimális. Ez a kérdés fel sem merül. Maximálissá teszi az (egyöntetű ütemű) növekedést és minimálissá a kamatot (a szintén egyöntetű profit rátáját). Az utóbbit úgy értelmezhetjük, mint a ráfordítások egyensúlyi költsége feletti egységes százaléku többletet, ami éppen az egyöntetű növekedés pótlólagos szükségleteit fedezi.

Nyilvánvalóan nem érdekelte e pont numerikus meghatározása és kiszámítása, vagy egyáltalán a fixpont kiszámításának problémája. Ez később következett csak be, amikor Dantzig segítséget kért és kapott tőle a sokkal egyszerűbb lineáris programozási feladat számítási algoritmusának megalkotásához. De az ilyen folyamat létezésének eszméje, amely elvezet (vagy nem vezet el) az egyensúlyhoz, már ott lappangott az általános modell megfogalmazása mögött. Ehhez a kérdéshez vissza fogunk térni.

#### A keresztszabályozás

Neumannt mindennek előtt az érdekelte, hogy milyen termék válik szabad jószággá (tehát olyaná, amelynek az egyensúlyban nincsen ára), és az, hogy egy elméletileg és gyakorlatilag lehetséges technológiát miért alkalmaznak vagy vetnek el (szintén az egyensúly körülményei közepette). Ezért vázolta azokat a duális gazdasági döntéseket, amelyek az árak és a technológiák kiválasztásához vezetnek. Ezek egyes kibocsátásokat és bizonyos technológiákat feleslegessé és értéktelenné tesznek. Mindennek messze vezető következményei vannak nemcsak a gazdaság mozgására, de a modell számításmenetének kialakítására is, tehát általában a gazdasági szabályozás mikéntjére vonatkozóan. Ennek is következménye az árak és a mennyiségek keresztszabályozása. Ugyanakkor meggátolja azt, hogy az egyes, elszigetelt termék termelését közvetlenül ennek ára határozza meg. Ezért modelljének második fontos tulajdonsága az, hogy elveti azokat a leegyszerűsített termelési egységeket, vállalatokat vagy gazdasági szektorokat, amelyek egyetlenegy terméket állítanak elő.

A gazdasági rendszert a lehetséges eljárások olyan halmazának tekintette, amelyek mind különböző termékeket használnak fel, és a különféle termékek sokaságát hozzák létre. E tekintetben szemléletmódja reálisabb volt, mint az addigi elméleti (később a gyakorlatban is alkalmazott) nézet, amely minden szektort vagy vállalatot valamilyen egyéni és szabatosan meghatározható egynemű termék kibocsátásával jellemezte.

Neumann rendszerében mind a ráfordítás, mind pedig a kibocsátás adatai téglalap alakú (tehát nem szükségszerűen négyzetes) mátrixokba foglalhatók. Ez lehetlenné, de feleslegessé is teszi, hogy egy adott sort és oszlopot egyetlen termékhez rendeljünk hozzá. A termékek és az árak száma persze azonos, de a termelési eljárások száma meghaladhatja a termékekét, vagy el is maradhat ettől.

Ezzel Neumann hallgatólagosan visszatért a gazdasági alkalmazkodás klasszikus magyarázatához. A termelő az összes felhasznált és kibocsátott termék árát vizsgálva döntheti csak el, hogy megindítja, növeli, vagy csökkenti termelését. Az adott termelési eljárás tapasztalható nyeresége (azaz profitja) szabályozza a termelés mértékét. A másik oldalon az adott piacon felmerülő egyensúlytalanság (a kínálat és kereslet eltérése) szabályozza a termékek árát.

Neumann nem használta a „termelés mennyisége” kifejezést. Ez csak egyetlen termék esetében egyértelmű, több termék kibocsátása esetében már valamilyen árrendszer szükséges kifejezésére. A termelő azonban mindig csak a pillanatnyi (és változó) árrendszert ismerheti, az igazi „egyensúlyi” árrendszert nem. Ezért az egyensúlyi árrendszer nem is befolyásolhatja döntéseit. Magyarán szólva csak azt tudja megállapítani, hogy az éppen érvényesülő árakon mérve mekkora a haszna vagy a kára. Termelésének az árak változása miatt nincs objektív mértéke, meghatározottá csak akkor válna, ha ismerné az egyensúlyi ár arányait. Neumann ezért beszél a termelési eljárás működtetésének „intenzitásáról”. Az árak és az intenzitások a gyakorlati döntési változók, és a döntéseket mindig az éppen érvényesülő nem-egyensúlyi ár és intenzitás ismeretében kell meghozni.

Itt még a következő megjegyzést kell tenni: ha a termelő több eljárást gyakorol, és ezek egymás közti aránya megváltoztatható, akkor minden eljárást külön tevékenységnek kell tekinteni. Ezt a megkülönböztetést akkor is meg kell tenni, ha egy eljárás egyes kibocsátásainak mértéke, a különböző termékek egymás közti aránya megváltozik. Ez nem mindig lehetséges, például az ikertermékek esetében általában rögzített a két (vagy több) termék kibocsátásának aránya.

Egy valóságos vállalat mindig többféle terméket és egy terméken belül is különböző minőségeket (színt, típust, formát stb.) állít elő. Például a nagykohó nyersvasat és éghető gázokat bocsát ki, ezeket a kohászati üzem aztán tovább használja. A vegyi folyamatoknak is több végtermékük van, még ha közülük egyeseknek nincs is értékük, vagy egyenesen károsnak bizonyulnak. Minden ilyen esetben az egyesített gazdasági eredmény (haszon vagy kár) az, ami a termelés szabályozására szolgál. A vágóhídon leölt disznót számtalan terméké dolgozzák fel. Nem volna bölcs dolog, ha működésének intenzitását például egyedül a karaj piaci ára szabályozná.<sup>2</sup>

Matematikailag tekintve tehát a rendszer leírható a ráfordítások és a kibocsátások  $n$  sorból (termékből) és  $m$  oszlopból (eljárásból) álló adatai segítségével. A szabályozási döntés elvégzése céljából kiszámíthatjuk (az érvényes árakkal balról beszorozva az egyes sorokat és a két mátrix adatait összehasonlítva) azt az  $m$  számú adatot, ami az egyes eljárások nyereségét vagy veszteségét megadja. Ennek alapján dönthetünk az eljárás mértékének növeléséről, csökkentéséről, vagy beszüntetéséről. De  $m$  adattal nem lehet  $n$  féle árat szabályozni.

<sup>2</sup> Az „intenzitás” egyébként itt helytelenül választott szó. De elárulja, hogy Neumannt az a termodinamikai modell ösztönözte, amelyet Gibbs alkotott meg intenzív és extenzív változóival, valamint (a Neumann által is említett) potenciálfüggvényrel, ami az energiák hatásának és csereértékének meghatározására szolgált. Az intenzív és extenzív változók közötti megkülönböztetést a következő gondolatársélet határozza meg: Képzeljünk el két teljesen egyforma egyensúlyi rendszert, amelyet különböző változók jellemeznek. Ha most e két rendszert egyesítjük, akkor az új rendszer is egyensúlyi. Egyes változói nem változnak - ezek az intenzív változók. Mások azonban kétszeresre növekszenek. Ezek az extenzív változók. Neumann modelljének intenzív változói tehát az árak, extenzív változói az eljárások mértéke. Helyesebb lett volna tehát ezek mértékéről, volumenéről vagy tömegéről beszélni.

Hasonlóan számíthatjuk ki (az éppen érvényes termelésekkel szorozva jobbról ugyanezeket a mátrixokat) azt az  $n$  számú adatot, amely az egyes termékek piacán mutatkozó túlkínálatot vagy túlkeresletet jelzi. Ezek alapján növelhetők vagy csökkenthetők az árak. De ismét képtelenség  $n$  adattal  $m$  eljárás mértékét megszabni. Az eljárás haszna vagy vesztesége ezért nem gyakorolhat hatást az árakra, a másik oldalon viszont a kereslet és kínálat eltérése nem befolyásolhatja az eljárások mértékét. Mindkét esetben eltér a rendelkezésre álló információ mennyisége a szükséges információ mennyiségétől. Egyenlővé csak akkor tehetők, ha már négyzetes mátrixokra redukáltuk a rendszert. Ezt azonban csak a számítás végén, az egyensúlyi helyzet ismeretében tudjuk megtenni, és erre éppen akkor már semmi szükség sincs.

#### A szabályozásról általában

Mellőzve a matematikát és az árakat, a gazdasági együttműködés szabályozása a következő alapvető kérdést veti fel: Az idő folyamán a termelés szakadatlanul változik. Ha hiányzik a szükséges összhang és rendszeresség, akkor egyes készletek szükségtelenül növekszenek vagy csökkennek. Ez az összhang hiányát jelzi. A termékkészletek (tőkék) szokatlan, szándékolatlan és szükségtelen növekedését vagy csökkenését persze meg tudjuk figyelni. Ahhoz azonban, hogy az állapotokat a megfelelő termékek termelésének megváltoztatásával rendezni tudjuk, nemcsak hosszas és körkörös számításokra van szükség, hanem megfelelő időre is. Az osztrák iskola, figyelembe véve a „termelés körkörös útjait” már közel járt a kérdés lényegéhez. Ha nem is végeztek számításokat, de azt világosan látták, hogy a kellő kiegyenlítődé, alkalmazkodás, szabályozás időszükséglete roppant hosszúvá és körülményessé válhat. Mindenképpen sokfajta termelési időtartamot kell összegezni, amelyek nagy részét közvetlenül nem ismerjük. A késleltetések e többszörösen összefonódó gubancjai tehát könnyen vezetnek ingadozásokhoz.

Valamilyen jobb és rugalmasabb szabályozás, ha ilyen egyáltalán létezik, talán csökkenteni tudja az ingadozások mértékét. Megkísérelheti csillapítani ezeket. Arra is igyekezne, hogy a legveszélyesebb és kritikus ciklusokat lehetőség szerint kerülje. De semmi módon nem lesz képes átmeneti zavarok elkerülésére. Lehetetlen a termelés hullámzó menetének minden zökkenőjét kisimítani, nem lehet a gazdaságot állandóan a tökéletes egyensúly állapotában tartani. Azt kell tehát vizsgálni, hogyan viselkedhet a rendszer az egyensúly közelében.

Alapvető nehézségünk ezért az időzítés. Nem elég azt tudni, hogy valami technikai vagy ízlésbeli, időjárási vagy más változás hogyan befolyásolja magát az egyensúlyt. Ugyanaz a változás, ha más időpontban következik be, teljesen más gyakorlati hatással járhat az éppen nem-egyensúlyi helyzetre. Például az általános egyensúly elméletéből tudjuk, hogy a fogyasztás csökkentése növeli a felhalmozást, és ez megnövelheti a növekedés rátáját. De ez az egyensúlyi helyzetre vonatkozik. Ha a fogyasztás csökkenése a konjunktúra csúcsán következik be, akkor annak más a hatása a gazdaság menetére, mint ha ez a csökkenés a válságban megy végbe.

Ami tehát hasznos és gyógyító lehet egy adott időpontban (a nem ismert egyensúly felé vezetve), ugyanaz káros és mérgezővé válhat a gazdaság menetének másik pontján (tovább rontva az aránytalanságokat). A gyakorlatilag fontos kérdés tehát nem annyira az egyensúlyi helyzet megváltozásának helyes elemzése, hanem az éppen érvényesülő, mindig átmeneti helyzet változásának iránya. A kettő pedig soha nem azonos.

A sokszektoros egyensúly elemzése nélkülözhetetlen a gazdaság működésének megértéséhez és oktatásához. De ez csak pillanatfelvétel, amely az emberi test anatómiai atlaszához hasonlóan rendkívül leegyszerűsített. Az eleven testtel ellentétben nem lélegzik, nincs pulzusa, nem mozog és nem változik. Ha több egyensúlyi helyzetet hasonlítunk össze, ahogyan azok az adatok és paraméterek változása következtében módosulnak, az persze segíti a gazdaság alapvető összefüggéseinek és tendenciáinak megértését. De az ilyen összevetés gyakran mellőzi vagy elhomályosítja azt, hogyan mennek végbe és terjednek tova a változások. Az egyszerű összehasonlítás képtelen nyomon

követni és vázolni a végbemenő mozgást. Ezért félrevezetővé válhat, és nem ad valóságos, követhető útvonalat. Nem válaszol az időzítés kérdéseire, a másodlagos mozgások irányára és sebességére, amelyeket a beavatkozás kiválthat, nem ismeri fel a mozgások sebességét sem.

Az irodalom által kínált ciklusmodellek elkerülhetetlenül kezdetlegesek és stilizáltak. Előnyük azonban az, hogy a ciklusokat nem bosszantó zavarként tárgyalják, hanem a gazdaságot mozgásban tartó folyamat részeként. Az egyensúly környezetében lefolyó tényleges mozgás elismerése és leírása nélkül nem leszünk képesek a gazdasági viszonyok jobbítására. Kitűnt, hogy a szigorú és éles egyensúlyt semmilyen valóságos gazdasági folyamat nem képes létrehozni. Azok az elképzelt gazdasági szabályok, amelyek önműködően visszavezetik a gazdasági rendszert (állandóan változó) egyensúlyi pontjába, nem végrehajthatók, nem léteznek.

Sem a szabad piac, sem a központi direktíva, sem keverékük nem volt soha képes olyan pályát létrehozni, amelynek eltérése a növekedés átlagos rátájától ne lett volna legalább akkora, mint e ráta maga. A ráta relatív szórása tehát legalább egységnyi, nem ritkán ennél nagyobb, néha többszöröse is. A növekedés éves és negyedéves rátáinak fűrészfogas jellege leleplezi és megmutatja az összes jelenlegi gazdasági rendszer szabályozásának elégtelenségét.

#### A fixpont megközelítéséről

Végül megmutatjuk, hogy a helyesen felállított Neumann-modell szükségképpen ciklusokhoz vezet, ha figyelembe vesszük Huyghens elvét. E szerint minden hatás terjedése időt igényel, nem mehet végbe végtelen sebességgel. Az eredeti feltevések ugyanis valóságos gazdasági (és számítási) folyamatokhoz vezetnek. Ezek megvilágítják a gazdasági mozgás ciklikus jellegét, ugyanakkor lehetővé teszik az egyensúly megközelítését.

Minden eljárást, amely állandó veszteséggel jár, a gazdasági élet előbb-utóbb csökkenésre, majd megszűnésre ítél. Neumann azt köti ki, hogy ha az egyensúly körülményei közt is veszteséges, akkor ne alkalmazzák. Ezzel csak felgyorsítja, következetes vége felé hajtja azt, amire a piac amúgy is kényszerít. Ugyanez a gazdasági erő kényszerít arra, hogy a túlkínálat csökkentse a termék árát. Ezt Neumann, ismét végtelen következményéig hajtva úgy írja elő, hogy ha az egyensúlyi helyzetben is érvényesül a túlkínálat, akkor a termék szabad jöszággá változzon. A kettős szabály az árak és az eljárások mértékének változtatására vonatkozik.

Ez egyszerűen a gradiensek módszerének ismételt alkalmazása. Mivel az iteráció mátrixa ferdén szimmetrikus, ezért a piaci szabályozás (és ennek számítógépes szimulálása) ciklikus pályákat hoz létre az egyensúlyi pont körül. A ferde szimmetria a nyeregponthoz tartó egyensúly egyszerű következménye.

Mindez a számítógépen konvergencia iterációvá tehető. Ennek érdekében zérussá tesszük minden változót, mihelyt felülről átlépi a zérus értéket. Ezzel kényszerítjük a számítógépet, hogy a pályák mindenkor a pozitív ortánsban (vagy az ezt határoló zérus tengelyeken) maradjanak. A piac is betartja ezt a szabályt. Ha elég soká csökken egy termék ára vagy egy eljárás mértéke, akkor a megfelelő sor (vagy oszlop) mintegy törlődik, s többé már nem szerepel a számításban. Azonban a megmaradó pozitív értékek ciklikus alakulása néhány, már nem alkalmazott eljárás vagy szabad jöszág esetében ezek mértékét vagy árát ismét pozitívvá teheti, legalábbis átmeneti időszakra.

Hogy megtaláljuk a pontos egyensúlyt, a ciklusok amplitúdóját csillapítani kell. Ezt a számítógépen könnyű elérni. Csupán átlagolni kell az értékeket a mutatózó ciklusra. Még jobb az átlag helyett a mediánt választani, mert ez kevésbé érzékeny a csak átmenetileg pozitív, többségében azonban zérus értékekre. Ez utóbbi műveletre a piac már nem képes. Ha valamilyen ciklus megindult (véletlenül, valamilyen zavar, sokk, külkereskedelmi, időjárási, politikai vagy bármilyen más hatás következtében), akkor lengése maradandónak bizonyul. De még a számítógépen is korlátozza az eljárás hatékonyságát és „elválasztó képességét” (tehát a nem alkalmazott technika és a szabad termék kijelölését) a ciklusok mindig létező, bár egyre csekélyebb lengése. Ha például

egymáshoz igen hasonló eljárások léteznek, amelyek adatai csak kevésbé térnek el egymástól, akkor ezek hol be, hol kikapcsolódhatnak még parányi lengések esetén is.

Ez az oka tehát annak, hogy az ökológiai és a gazdasági rendszerekben soha nem áll be igazán éles és szabatos egyensúly. A legrátermettebb fennmaradása helyett az egyes részvevő fajok (és technológiák) általában elég rendetlen és lüktető módon élnek együtt. Az ilyen együttélés persze kedvez a legrátermettebbnek, de élni hagyja a valamivel kevésbé jót vagy hasznosat is. A környezet és ennek változása némi módot ad a kevésbé rátermettnek is, hogy javítson viselkedésén, életben maradjon, sőt idővel akár a rátermettnél is rátermettebbé váljon.

Így mindenesetre némi esélyt kapott az ember, hogy mondjuk a svábbogárral, vagy az élesztőgombával szemben életben maradjon. Különben alighanem kihalt volna mostanára.

#### Hivatkozások

M. Dore - S. Chakravarty – R. Goodwin (ed) : *John von Neumann and modern economics*. Oxford, 1989, Clarendon Press.

J. W. Gibbs: *On the Equilibrium of Heterogeneous Substances*. In = *The Scientific Papers of J.W.G. Vol. I*. New York, Dover Inc. 1906.

J. V. Neumann: *Collected Works*. London, 1963, Pergamon Press.

A. Schumpeter: *Business Cycles: New York - London*. 1939. McGraw-Hill Book Co.